Exercice 1 : (Correction)

Une entreprise de textile emploie 300 personnes dans le secteur confection. Il est composé de trois ateliers.

L'atelier de stylisme est constitué de 50 personnes. L'atelier de découpe est constitué de 100 personnes. Le reste du personnel travaille dans l'atelier de couture.

Après une étude sur l'absentéisme, le directeur des ressources humaines a constaté que sur une année :

- 30 % des stylistes ont eu au moins une absence ;
- 15 % du personnel de découpe ont eu au moins une absence ;
- 90 % du personnel de l'atelier de couture n'ont pas eu d'absence.

On choisit une personne au hasard dans cette entreprise et l'on admet que chaque personne a la même probabilité d'être choisie. On note :

– S l'événement : " la personne choisie travaille à l'atelier de stylisme " ;
– D l'événement : " la personne choisie travaille à l'atelier de découpe " ;
– C l'événement : " la personne choisie travaille à l'atelier de couture " ;
– A l'événement : " la personne choisie a eu au moins une absence ".

Si M et N sont deux événements, on note $\overline{M}$ l'événement contraire de l'événement M et $p_N(M)$ la probabilité de l'événement M sachant N.

1. Déduire des informations de l'énoncé :
   (a) Les probabilités $p(S), p(D)$ et $p(C)$ des événements S, D et C.
   (b) Les probabilités $p_S(A), p_D(A)$ et $p_C\left(\overline{A}\right)$.
2. Construire un arbre pondéré décrivant la situation.
3. Calculer la probabilité de l'événement $S \cap A$, notée $p(S \cap A)$.
4. Démontrer que $p(A) = 0,15$.
5. On sait que la personne choisie a eu au moins une absence cette année. Quelle est la probabilité que cette personne soit un styliste ?

Exercice 2 : (Correction)

Une agence de voyage effectue un sondage auprès de ses clients.

Elle répertorie ses clients en 2 catégories : les groupes et les personnes seules. Elle les interroge sur leur destination de vacances.

Sur 100 clients interrogés, 63 partent en groupe, et parmi ceux-là, 55 % partent en France. De plus, 75 % des personnes seules partent à l'étranger.

On choisit au hasard un client de l'agence parmi ceux qui ont été interrogés ; on admet que tous les clients interrogés ont la même probabilité d'être choisis.
On note :

G l'évènement : « le client choisi part en groupe »,
$\overline{G}$ l'évènement contraire de G : « le client choisi part seul »,
E l'évènement : « le client choisi part à l'étranger »,
$\overline{E}$ l'évènement contraire de E : « le client choisi part en France ».

1. Donner la probabilité de l'évènement $\overline{E}$ sachant que G est réalisé, notée $p_G\left(\overline{E}\right)$, puis la probabilité $p_{\overline{G}}(E)$ de l'évènement E sachant que $\overline{G}$ est réalisé.
2. Construire puis compléter l'arbre de probabilité correspondant à cette situation.
3. Calculer la probabilité $p(G \cap E)$ de l'évènement $G \cap E$.
4. Montrer que la probabilité $p(E)$ de l'évènement E est égale à $0,561$.
5. Calculer $p_E(G)$, la probabilité de choisir un client qui part en groupe, sachant qu'il part à l'étranger. Donner la réponse arrondie au millième.

Correction des exercices

Correction exercice 1 : (Énoncé)

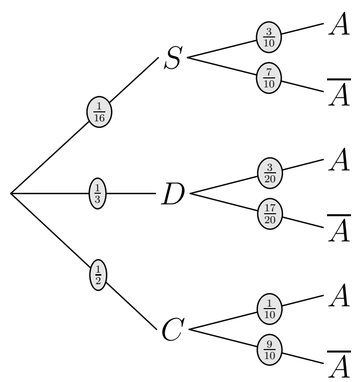
Au brouillon : Avant même de commencer à répondre aux questions, on traduit toutes les données de l'énoncé sous forme mathématique : l'atelier est constitué de 300 personnes. De plus,

- l'atelier de stylisme est composé de 50 personnes, donc $P(S) = \frac{50}{300} = \frac{1}{6}$;
- l'atelier de découpe est composé de 100 personnes, donc $P(D) = \frac{100}{300} = \frac{1}{3}$;
- le reste du personnel, c'est-à-dire 150 personnes, travaille en couture, donc $P(C) = \frac{150}{300} = \frac{1}{2}$;
- 30% des stylistes ont au moins eu une absence, donc $P_S(A) = \frac{30}{100} = \frac{3}{10}$;
- 15% du personnel de découpe ont eu au moins une absence, donc $P_D(A) = \frac{15}{100} = \frac{3}{20}$;
- 90% du personnel de l'atelier de couture n'ont pas eu d'absence. Comme " ne pas avoir d'absence " est l'événement contraire de " avoir au moins une absence ", cela donne $P_C(\overline{A}) = \frac{90}{100} = \frac{9}{10}$.

1. (a) On a alors : $\boxed{P(S) = \frac{50}{300} = \frac{1}{6} \,;\, P(D) = \frac{100}{300} = \frac{1}{3} \,;\, P(C) = \frac{150}{300} = \frac{1}{2}}$.

   (b) De même, $\boxed{P_S(A) = \frac{30}{100} = \frac{3}{10} \,;\, P_D(A) = \frac{15}{100} = \frac{3}{20} \,;\, P_C(\overline{A}) = \frac{90}{100} = \frac{9}{10}}$.

2. On construit l'arbre en mettant en premier niveau l'atelier (couture, découpe ou stylisme) puis pour chacun s'il y a eu au moins une absence (A), ou non ($\overline{A}$).



3. L'événement $S \cap A$ correspond à la première grande branche. On a alors :

$$P(S \cap A) = P(S) \times P_S(A) = \frac{1}{16} \times \frac{3}{10} = \frac{3}{160}.$$

   Donc $\boxed{P(S \cap A) = \frac{3}{160}}$.

4. L'événement A est composé de trois branches : $S \cap A$; $D \cap A$ et $C \cap A$. Ainsi,

$$\begin{aligned} P(A) &= P(S \cap A) + P(D \cap A) + P(C \cap A) \\ &= \frac{3}{160} + \frac{1}{3} \times \frac{3}{20} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{10} \\ &= \frac{3}{160} + \frac{1}{20} + \frac{1}{20} \\ &= \frac{3}{160} + \frac{16}{160} \\ &= \frac{19}{160}. \end{aligned}$$

   Donc $\boxed{P(A) = \frac{19}{160} = 0,11875}$.

5. On cherche à calculer $P_A(S)$. Ainsi, $P_A(S) = \frac{P(A \cap S)}{P(A)} = \frac{\frac{3}{160}}{\frac{19}{160}} = \frac{3}{19} \simeq 0,16$.

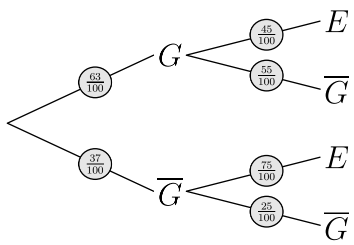
   Ainsi, la probabilité que la personne choisie soit un styliste, sachant qu'elle a eu au moins une absence cette année est d'environ $\boxed{0,16}$.

   Remarque : aucune règle d'arrondi n'était exigée. Gardez alors au maximum les valeurs exactes, sauf à la fin.

Correction exercice 2 : (Énoncé) *Au brouillon* : on traduit l'énoncé !

$P(G) = \dfrac{63}{100}$; $\quad P_G(\overline{E}) = \dfrac{55}{100}$; $\quad P_{\overline{G}}(E) = \dfrac{75}{100}$.

1. On a alors : $\boxed{P_G(\overline{E}) = \dfrac{55}{100} \text{ et } P_{\overline{G}}(E) = \dfrac{75}{100}}$.
2.



3. L'événement $G \cap E$ est représenté par la première grande branche :

$$P(G \cap E) = P(G) \times P_G(E) = \frac{63}{100} \times \frac{45}{100} = 0,63 \times 0,45 = 0,2835.$$

Donc $\boxed{P(G \cap E) = 0,2835}$.

4. L'événement E est composé de deux grandes branches : $G \cap E$ et $\overline{G} \cap E$. Donc :

$$\begin{aligned} P(E) &= P(G \cap E) + P(\overline{G} \cap E) \\ &= 0,2835 + 0,37 \times 0,75 \\ &= 0,561. \end{aligned}$$

Donc $\boxed{P(E) = 0,561}$.

5. On a :

$$P_E(G) = \frac{P(E \cap G)}{P(E)} = \frac{0,2835}{0,561} \simeq 0,505.$$

Donc $\boxed{P_E(G) \simeq 0,505}$.